

Fotogrammetria 13.

Légiháromszögelés

Dr. Jancsó, Tamás

Fotogrammetria 13.: Légiháromszögelés

Dr. Jancsó, Tamás

Lektor: Dr. Barsi , Árpád

Ez a modul a TÁMOP - 4.1.2-08/1/A-2009-0027 „Tananyagfejlesztéssel a GEO-ért” projekt keretében készült. A projektet az Európai Unió és a Magyar Állam 44 706 488 Ft összegben támogatta.

v 1.0

Publication date 2010

Szerzői jog © 2010 Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar

Kivonat

A modul bemutatja az analitikus és digitális fotogrammetriában alkalmazott légiháromszögelés célját, paramétereit, matematikai modelljeit, a mérendő pontok számát és elhelyezkedését a mérőképeken. A matematikai részek tárgyalása során feltételezzük, hogy az olvasó rendelkezik a kiegyenlítő számítások alapjaival.

Jelen szellemi terméket a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény védi. Egészének vagy részeinek másolása, felhasználás kizárólag a szerző írásos engedélyével lehetséges.

Tartalom

13. Légiháromszögelés	1
1. 13.1 Bevezetés	1
2. 13.2 Légiháromszögelés célja, végrehajtása	1
3. 13.3 Légiháromszögelési módszerek	5
3.1. 13.3.1 Független modelleken alapuló tömbkiegyenlítés	5
3.2. 13.3.2 Sugárnyalábi kiegyenlítés	9
4. 13.4 Légiháromszögelési szoftverek	11
4.1. 13.4.1 Különálló légiháromszögelési szoftverek	11
4.2. 13.4.2 Integrált légiháromszögelési szoftverek	11
5. 13.5 Direkt szenzor tájékozás	12
6. 13.6 Összefoglalás	14

A táblázatok listája

13-2. ábra Illesztőpontok elrendeződése sorháromszögelésnél	13-1. táblázat Illesztőpontok száma
13-2. ábra Illesztőpontok elrendeződése sorháromszögelésnél	Illesztőpontok száma
13-2. ábra Illesztőpontok elrendeződése sorháromszögelésnél 3

13. fejezet - Légháromszögelés

1. 13.1 Bevezetés

A gyakorlatban a térfotogrammetriai feladatok megoldásánál általában egy képpárnál nagyobb egységgel kell dolgozni, így a légháromszögelés központi szerepet játszik a technológiai folyamatban.

Légháromszögelés során az egymással átlagosan 60%-os bázisirányú átfedésben lévő képeket kapcsoljuk egymáshoz képsorokat alkotva. A képsorokat szintén egymáshoz kapcsoljuk az átlagosan 25%-os haránt irányú, sorok közötti átfedési sávot használva, ezzel tömböt hozunk létre. A 10. fejezetben részletesen tárgyaltuk, hogy egy kép vagy képpár külső tájékoztatóhoz megfelelő számú geodéziai koordinátákkal rendelkező illesztőpontra van szükségünk. A légháromszögelés során abból indulunk ki, hogy nem tudjuk biztosítani minden képhez, ill. képpárhoz a megfelelő számú illesztőpontot, ugyanakkor rendelkezünk elegendő illesztőponttal ahhoz, hogy a teljes sort vagy tömböt tájékoztatni tudjuk a geodéziai koordinátarendszerhez képest. Az összekapcsolással létrejött sort vagy tömböt egy egységként kezelve, a célunk meghatározni a képek vagy modellek külső tájékoztatói elemeit, valamint az összekapcsoláshoz használt pontok, ill. illesztőpontnak szánt új pontok geodéziai koordinátáit, annak érdekében, hogy legyen elegendő illesztőpontunk arra az esetre, ha később önállóan is szeretnénk tájékoztatni az egyes képeket vagy modelleket.

A légháromszögelés épülhet képpkoordináták mérésére vagy a relatív tájékozás után modell koordinátákra. Ennek megfelelően az ismeretlen koordináták és paraméterek meghatározása történhet a kollineár egyenletek alapján vagy a térbeli hasonlósági transzformáció egyenletei szerint.

A következőkben áttekintjük az analitikus és digitális fotogrammetriában alkalmazott légháromszögelés célját, folyamatát és módszereit.

2. 13.2 Légháromszögelés célja, végrehajtása

Cél a tömböt alkotó képek külső tájékoztatói elemeinek, illetve a tömböt alkotó modellek abszolút tájékoztatói elemeinek kiszámítása, valamint a képeken, illetve modelleken belül új pontok meghatározása (ezek a későbbiekben illesztőpontokként, illetve alappontokként kerülnek felhasználásra), vagyis fotogrammetriai pontsűrítés végrehajtása.

A háromszögeléshez kapcsolópontokat is szükséges mérni és geodéziai koordinátáikat meghatározni, valamint a meglévő alappontokat, mint illesztőpontokat is megmérjük. Egységesen az új pontokat F-pontoknak, azaz fotogrammetriai úton meghatározott pontoknak nevezzük.

Tágabb értelemben a légháromszögelés része az általános digitális fotogrammetriai térképkészítési technológiának, mely a következő lépésekből áll (Engler 2007):

1. Műszaki terv készítése
2. Technológiai utasítás készítése
3. Repülési terv készítése
4. Geodéziai előkészítés
5. Légifényképek elkészítése
6. Műszaki előkészítés
7. Illesztőpontok mérése
8. Légifénykép-minősítés
9. Légháromszögelés (tájékoztatói elemek meghatározása, képek geometriai illesztése, fotogrammetriai pontsűrítés)
10. Fotogrammetriai térképkészítés, kiértékelés

11. Földi kiegészítő, ellenőrző mérések
12. Térképezés
13. Befejező munkák, tisztázati rajz készítése (koordináta jegyzék, jegyzőkönyvek, melléletek, stb. elkészítése)

A fenti listában az 1-8. pontok a légiháromszögelésre is befolyással vannak, illetve annak előkészítésében is szerepet játszanak.

A műszaki terv készítése során fontos szempont a meghatározandó pontok mennyisége, és az adatgyűjtés során be kell szerezni a geodéziai alappontok (mint illesztőpontok) leírását és koordinátáit.

A technológiai utasításban részletesen ki kell térni a légiháromszögelés előkészítésére és végrehajtására.

A repülési terv készítésekor figyelemmel kell lenni a meglévő alappontokra és a meghatározandó illesztőpontok helyére és mennyiségére.

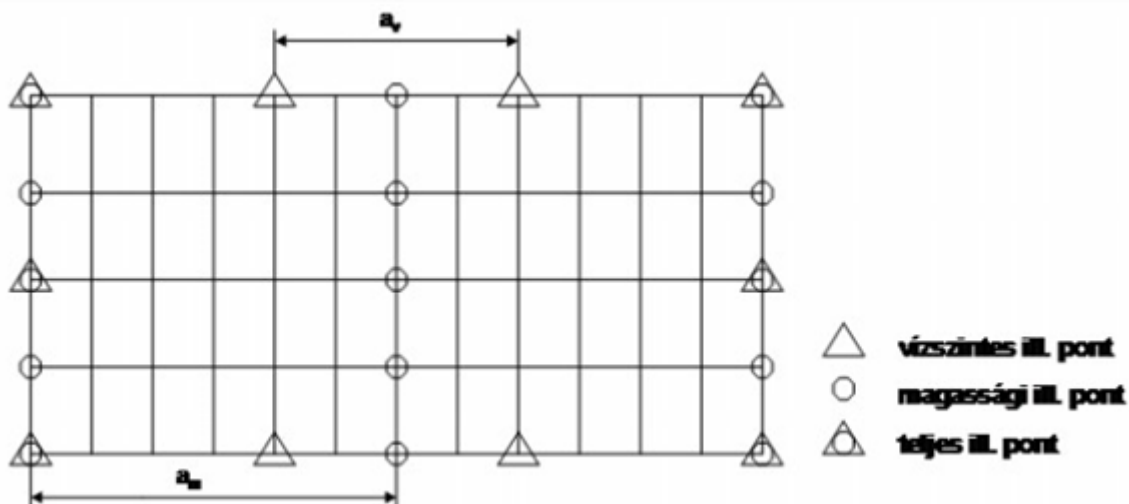
A geodéziai előkészítésnél a meglévő alappontokat fel kell keresni, a pontleírásokat frissíteni, valamint az illesztőpontnak szánt új pontokat kitűzni és állandósítani. Ekkor végzik el a meglévő és új pontok jelölését is, melyek megkönnyítik majd a pont azonosítását és mérését az elkészült fotókon.

A légifényképek elkészítése során rögzítik a külső tájékozási elemeket is, ehhez ma már legtöbbször DGPS és INS technológiát alkalmaznak (lásd bővebben a 13.5 alfejezetben).

A fotolaboratóriumi munkák során az eredeti filmek előhívása mellett kontakt-másolatok, diapozitív másolatok, másodnegatívok, fényképnagyítások is készülnek. Ezeket többek között a légiháromszögelés mérési pontvázlatahoz, a mérendő pontok jelöléséhez és a mérés végrehajtásához is felhasználják.

A műszaki előkészítés az utolsó lépés előtt a képek méréséhez nekilátnánk. Ebben a fázisban a megelőző előkészítés során rendelkezésünkre álló adatokat, termékeket rendszerezük és ezek alapján konkrétan megtervezük a mérés és kiértékelés teljes folyamatát figyelembe véve a rendelkezésre álló mérő és kiértékelő műszereket.

Az illesztőpontok mérése során a még hiányzó geodéziai koordinátáit határozzuk meg a terepen. A meghatározandó illesztőpontokat a fényképsorok, illetve a modellek kiválasztása után jelölik ki, főként a geodéziai előkészítés során már jelölt pontok közül. Az illesztőpontok méréséhez ismerni kell a légiháromszögelési eljárások és a kiértékelések illesztőpont igényeit (Engler 2007). A 13-1. ábra alapján a vízszintes illesztőpontokat a tömb szélein a vízszintes irányú felvételei bázis ($b_x b_x$) többszörösében megadva $a_v = 3 - 6b_x$ $a_v = 3 - 6b_x$ távolságonként mérjük. A magassági illesztőpontokat a tömb szélein 3-6 bázisonként, továbbá a sorok közötti átfedési sávokban egymástól $a_m = 4 - 8b_x$ $a_m = 4 - 8b_x$ távolságra kell felvenni.



13-1. ábra Illesztőpontok elrendeződése tömbháromszögeléskor

Sorháromszögelésnél a szükséges illesztőpontok számát a modellek számától (n) tesszük függővé (13-2. ábra, 13-1. táblázat).



13-2. ábra Illesztőpontok elrendeződése sorháromszögelésnél
13-1. táblázat Illesztőpontok száma sorháromszögelésnél. táblázat - 13-2. ábra Illesztőpontok elrendeződése sorháromszögelésnél
Illesztőpontok száma sorháromszögelésnél

Modellek száma (n)	Illesztőpontok száma (db)
$n \leq 4$	4
$4 < n < 10$	n és $0,7n$ között
$n > 10$	$0,7n$ és $0,5n$ között

A légiháromszögelés végrehajtását a kiértékelő műszereken végzett méréstől kezdve a 13-3. ábra mutatja. Ezt a munkamenetet az analitikus és digitális fotogrammetriában egyaránt lehet alkalmazni.

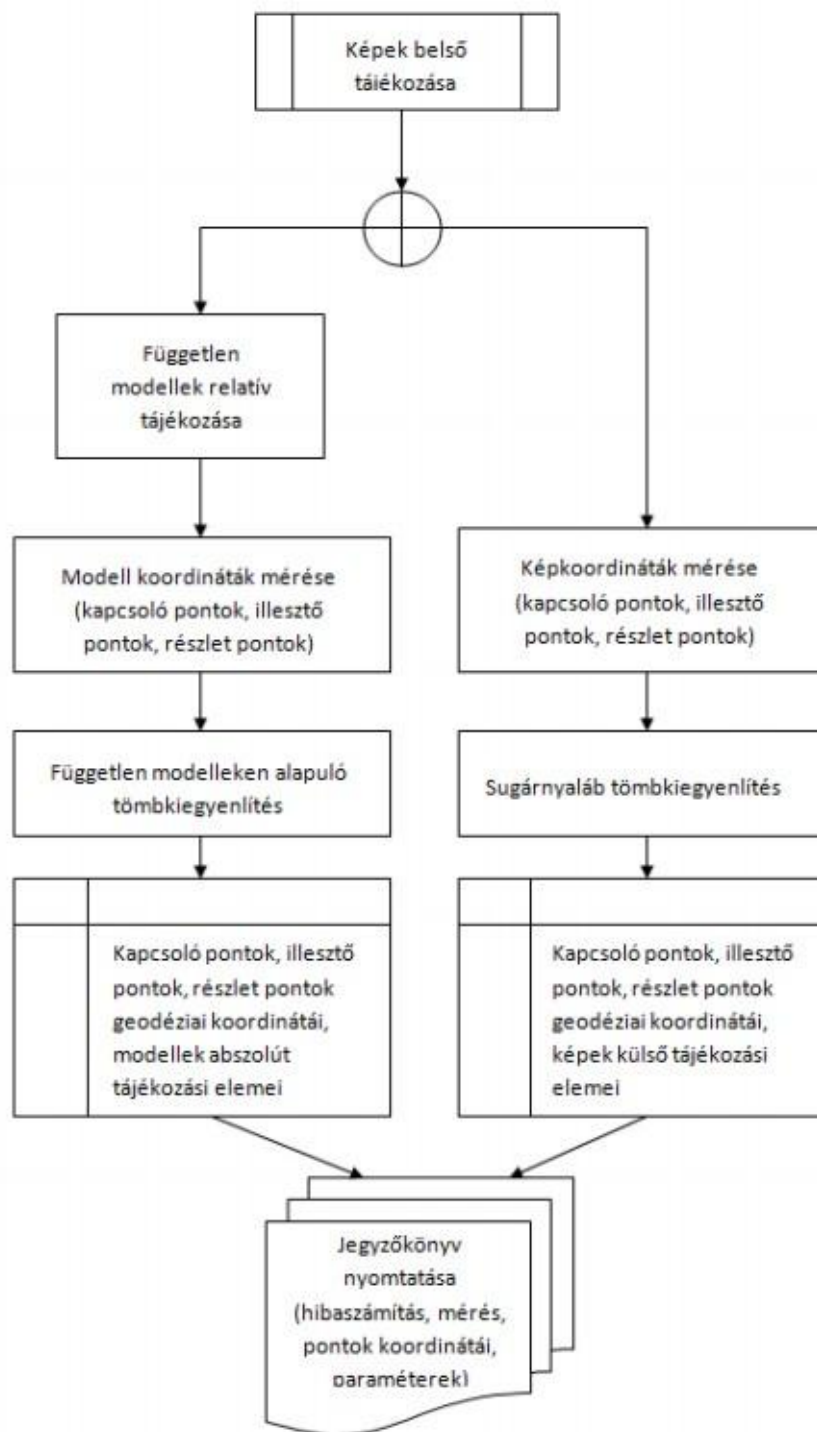
Összefoglalva a mérendő pontokat a következő csoportokba soroljuk:

- kapcsolópontok, melyeket az átfedési sávokban mérünk,
- illesztőpontok,
- új pontok.

A kapcsolópontok a sugárnyaláb kiegyenlítésnél képeket, a független modelleken alapuló tömbkiegyenlítésnél pedig - a hármas átfedési sávban - modelleket kapcsolnak össze. Tömbkiegyenlítésnél a sorok között is kapcsolópontokat kell létesíteni.

Másik felosztás szerint a felhasznált (mért) pontok típusai:

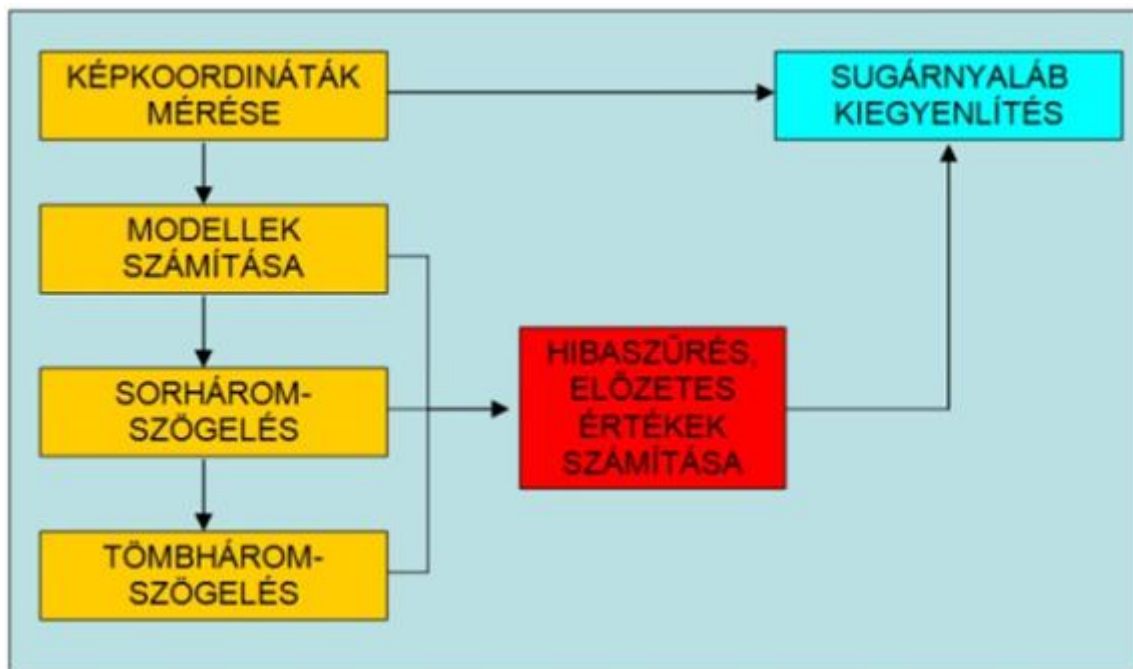
- repülés (fényképezés) előtt megjelölt pontok,
- "természetes" pontok (előre nem jelölt pontok, azonosításuk a fényképen és terepen egy időben történik),
- "mesterséges" pontok (pontátvivő készülékkel megjelölt pontok, ezek elsősorban a kapcsolópontokat jelentik).



13-3. ábra Légiháromszögelés végrehajtásának folyamata

A gyakorlatban a 13-3. ábrán külön folyamatként jelölt független modelleken alapuló tömbkiegyenlítés és a sugárnyaláb kiegyenlítés egymásra épülnek. A független modelleken alapuló tömbkiegyenlítés eredménye bemenetként szolgál a sugárnyaláb kiegyenlítéshez, amivel a légiháromszögelés folyamata zárul. Ennek a megközelítésnek több célja is van. Egyrészt a cél a folyamat több lépésre bontása, így a hibás és hiányzó mérések könnyebben felderíthetők, miután az ismeretlenek paraméterei számíthatók, melyek a sugárnyaláb kiegyenlítéshez előzetes értéként szolgálnak. Másrészt a sugárnyaláb kiegyenlítés módszere közvetlenül a képkoordináták mérésére épül, a független modelleken alapuló kiegyenlítésnél viszont a modellek relatív tájékozásának hibái hatással vannak a végeredményre, így indokolt az ismeretlenek kiegyenlített értékeinek végleges pontosításához a sugárnyaláb kiegyenlítést használni. Természetesen, ha rendelkezünk az ismeretlenek előzetes értékeivel, akkor a független modellek kiegyenlítését kihagyhatjuk és közvetlenül elvégezzük a

sugárnyaláb kiegyenlítést. Ezt a funkcionális egymásra épülést mutatja a 13-4. ábra (Busics Gy., Engler P., Guszlev A., Jancsó T. 2009).



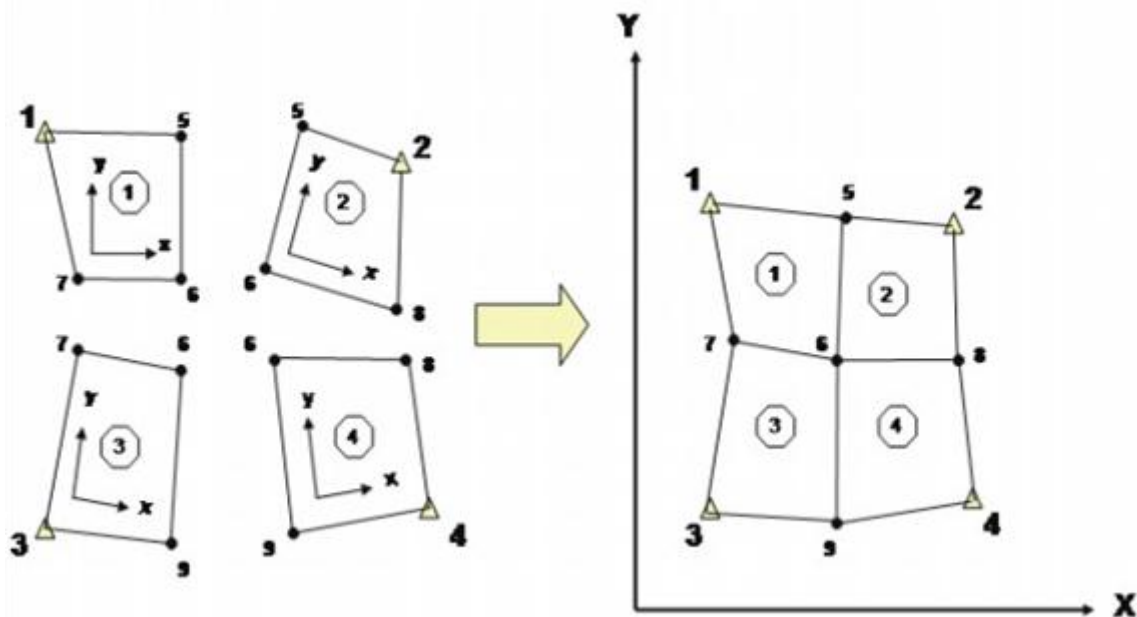
13-4. ábra Légiháromszögelési módszerek funkcionális kapcsolata

3. 13.3 Légiháromszögelési módszerek

A légiháromszögelési módszerek sokkal változatosabb képet mutatnak, mint ahogyan mi itt tárgyaljuk. A lehetséges módszerek közül azt a kettőt választottuk ki, melyek a gyakorlatban leginkább elterjedtek.

3.1. 13.3.1 Független modelleken alapuló tömbkiegyenlítés

A módszer lényege, hogy az összetartozó képpárokból relatív tájékozással egymástól független modelleket alkotunk, és ezeket a független modelleket egy közös kiegyenlítési folyamatban transzformáljuk át a geodéziai koordinátarendszerbe. A mérés során a pontok modell koordinátáit rögzítjük, és ezek alapján hajtjuk végre a hasonlósági transzformációt a modell- és a geodéziai koordinátarendszer között. A feladat kétféleképpen is végrehajtható, attól függően, hogy csak a sík, X,Y koordinátákkal dolgozunk vagy mind a három térbeli koordinátát (X,Y,Z) felhasználjuk. Ennek megfelelően a tömbkiegyenlítés matematikai alapja a sík-, ill. a térbeli Helmert transzformáció lesz. A 13-5. ábra a vízszintes tömbkiegyenlítés elvét mutatja (Kraus K. 1998). Az ábrán látható, hogy az illesztőpontok mellett (1-4. sz. pontok), a modelleket összekötő kapcsolópontokra is szükség van (5-9. sz. pontok).



13-5. ábra Vízszintes tömbkiegyenlítés független modellekkel

A vízszintes tömbkiegyenlítésnél a kiinduló egyenlet a sík Helmert transzformációs alapképlete:

$$X_G = X_U + aX_M - bY_M$$

$$Y_G = Y_U + aY_M + bX_M$$

13-1. egyenlet Sík Helmert transzformáció alapképlete

Jelölések:

X_G, Y_G : geodéziai koordináták, kapcsolópontok esetén ezek meghatározandók

X_M, Y_M : modell koordináták

X_U, Y_U, a, b : transzformációs állandók

A fölös mérések miatt a paraméterek kiszámítása a legkisebb négyzetek módszere szerint, kiegyenlítéssel történik. Egy oldalra rendezve a 13-1. egyenlet, és bevezetve a javításokat, minden mért pontra a következő javítási egyenletpár írható fel:

$$v_X = X_U + aX_M - bY_M - X_G$$

$$v_Y = Y_U + aY_M + bX_M - Y_G$$

13-2. egyenlet Helmert transzformáció javítási egyenletei

A 13-2. egyenletekben az X_G, Y_G koordináták illesztőpontok esetében a tisztatag vektorba kerülnek, kapcsolópontok esetén a tisztatagok 0-val egyenlők.

A létrejövő egyenletrendszer az ismeretlenekre nézve lineáris és közvetlenül megoldható (13-3. egyenlet).

$$Ax_1 + Bx_2 - 1 = v$$

13-3. egyenlet Sík tömbkiegyenlítés javítási egyenletrendszere mátrix alakban

Jelölések:

AA: illesztőpontokhoz tartozó együttható mátrix. Ebbe a mátrixba kerülnek a modellek transzformációs paramétereit tartalmazó együtthatók illesztőpontok esetén. Ezen együtthatók (13-2. egyenlet alapján) értékei koordináták esetén - sorrendben - $0, 1, Y_M, X_M, 0, 1, Y_M, X_M$ koordináták esetén az együtthatók - sorrendben - a következők lesznek: $1, 0, X_M, -Y_M, 1, 0, X_M, -Y_M$. A felsorolt értékeket modellenként haladva töltjük fel az együttható mátrixba.

BB: kapcsolópontokhoz tartozó együttható mátrix. Ebbe a mátrixba kerülnek a modellek transzformációs paramétereit tartalmazó együtthatók kapcsolópontok esetén. Ezen együtthatók (13-2. egyenlet alapján) értékei koordináták esetén - sorrendben - a következők lesznek: $1, 0, X_M, -Y_M, 1, 0, X_M, -Y_M$. A felsorolt értékeket modellenként haladva töltjük fel az együttható mátrixba.

x1x1: a modellek transzformációs paramétereit tartalmazó oszlopvektor, melynek hossza $4n$, ahol n a modellek száma.

x2x2: a kapcsolópontok ismeretlen geodéziai koordinátáit tartalmazó oszlopvektor, melynek hossza $2j$, ahol j a kapcsolópontok száma.

l: tisztatag vektor. Illesztőpontok esetén $-X_G, -Y_G, -X_G, -Y_G$ értéket írjuk ide, kapcsolópontok esetén a tisztatag értékét 0-nak vesszük. Az l oszlopvektor hossza $2k$, ahol k a kapcsoló- és illesztőpontok előfordulásainak száma az összes modellen együttvéve.

v: javítások oszlopvektora, melynek hossza $2k$, ahol k a kapcsoló- és illesztőpontok előfordulásainak száma az összes modellen együttvéve.

A megoldáshoz a 13-3. javítási egyenletrendszert át kell alakítani normál egyenletrendszerré:

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

13-4. egyenlet Sík tömbkiegyenlítés normál egyenletrendszere

Jelölések:

$$N_{11} = A^T A; N_{12} = A^T B; N_{21} = B^T A = N_{12}^T; N_{22} = B^T B; l_1 = A^T l; l_2 = B^T l = 0$$

Figyelembe véve, hogy a 13-4. egyenletben $l_2 = 0, l_2 = 0$, kiküszöböléssel x_1 és x_2 meghatározható (13-5. és 13-6. egyenlet):

$$x_1 = (N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{21})^{-1} l_1$$

13-5. egyenlet Modellekhez tartozó transzformációs állandók kiszámítása

$$x_2 = (N_{21} N_{11}^{-1} N_{12} - N_{22})^{-1} N_{21} N_{11}^{-1} l_1$$

13-5. egyenlet Kapcsolópontok geodéziai koordinátáinak kiszámítása

Ezután számítható a súlyegység középhiba (13-7. egyenlet) és ennek, valamint a $(A^T A)^{-1} = Q(A^T A)^{-1} = Q$ mátrix átlós elemeinek felhasználásával az ismeretlenekhez tartozó középhibák is számíthatók (13-9. egyenlet).

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{\sum v_x^2 + \sum v_y^2}{2k - 4n - 2j}}$$

13-7. egyenlet Súlyegység középhiba sík Helmert transzformációnál 4 közös pont esetén

Jelölések:

kk : a kapcsoló- és illesztőpontok előfordulásainak száma az összes modellen együttvéve.

nn : a modellek száma.

jj : a kapcsolópontok száma.

$m_i = \mu_{eq} \bar{q}_{ii}$

13-8. egyenlet Helmert transzformáció paramétereinek középhibái kiegyenlítés után

A térbeli tömbkiegyenlítés a 10-4.2 alfejezetben leírt térbeli hasonlósági transzformáció számítási folyamatával kapcsolt kiegyenlítéssel végezhető el kiterjesztve a feladatot minden modellre és minden kapcsolópontra, vagyis a modellekhez tartozó javítási egyenleteket egy közös egyenletrendszerbe szervezzük. A kiinduló egyenletünk a következő alakban adható meg:

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix} = m \cdot R_{\Phi\Omega K} \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_U \\ Y_U \\ Z_U \end{bmatrix}$$

13-9. egyenlet A 7 paraméteres térbeli hasonlósági transzformáció alapképlete

Jelölések:

X_G, Y_G, Z_G : a P terepi pont geodéziai koordinátái.

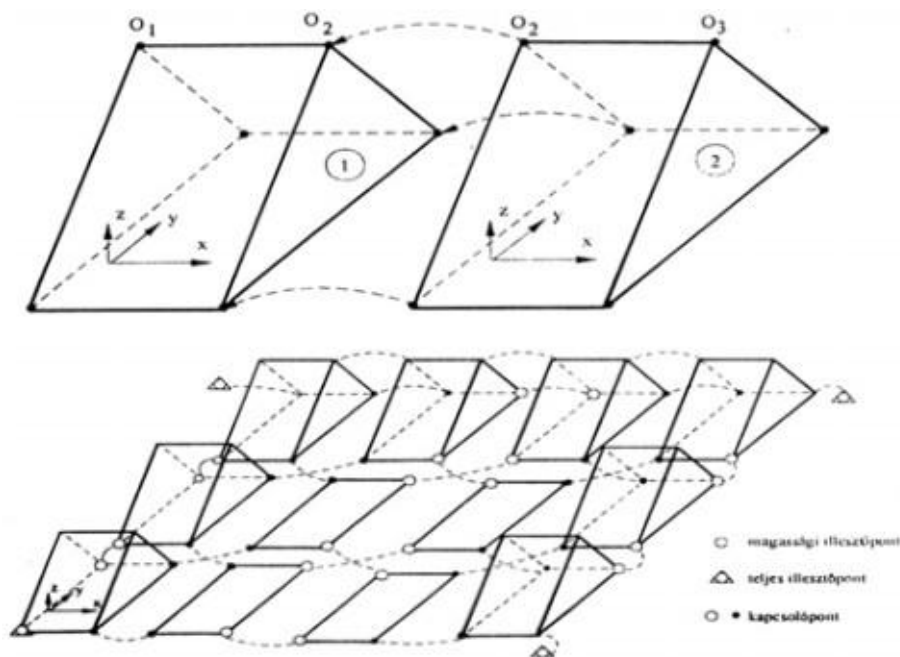
m : méretarány tényező.

$R_{\Phi\Omega K}$: forgatási mátrix, melyet a Φ, Ω, K forgatási szögekből képzett irány koszinuszok alkotnak.

X_U, Y_U, Z_U : a modell eltolási paraméterei a geodéziai koordinátarendszerhez képest.

X_M, Y_M, Z_M : a P terepi pont modell koordinátái.

Annak érdekében, hogy a kiegyenlítés pontosságát és geometriai megbízhatóságát magassági értelemben növeljük, a vetítési centrumokat, mint kapcsolópontokat is bevonjuk a kiegyenlítésbe. A vetítési centrumok modell koordinátái a relatív tájékozás eredményéből képezhetők. Ezzel csak a sorok mentén tudjuk a stabilitást növelni, a sorokra merőleges irányban a magassági megbízhatóság növeléséhez újabb magassági illesztőpontokat kell bevonni (Kraus K. 1998).



13-6. ábra Térbeli tömbkiegyenlítés elve

3.2. 13.3.2 Sugárnyalábi kiegyenlítés

A légiháromszögelés feladata a centrális vetítés alapegyenlete alapján is megoldható. A kollineár egyenletek segítségével a képkoordináták alapján számíthatók a képek külső tájékozási elemei, vagyis a képek abszolút helyzetét megadó vetítési középpontok koordinátái ($X_O, Y_O, Z_O, X_G, Y_G, Z_G$) és a képek háromirányú elfordulását megadó forgatási szögek (φ, ω, κ). Ugyanakkor az egyenletek segítségével a kapcsoló- és egyéb új pontok X_G, Y_G, Z_G koordinátái is kiszámolhatók, ha azokat is ismeretleneknek tekintjük (13-10. egyenlet).

$$\xi = -c_k \frac{r_{11}(X_G - X_O) + r_{21}(Y_G - Y_O) + r_{31}(Z_G - Z_O)}{r_{13}(X_G - X_O) + r_{23}(Y_G - Y_O) + r_{33}(Z_G - Z_O)}$$

$$\eta = -c_k \frac{r_{12}(X_G - X_O) + r_{22}(Y_G - Y_O) + r_{32}(Z_G - Z_O)}{r_{13}(X_G - X_O) + r_{23}(Y_G - Y_O) + r_{33}(Z_G - Z_O)}$$

13-10. egyenlet Kollineár egyenletek

Jelölések:

ξ, η : a képfőpontra redukált képkoordináták.

X_G, Y_G, Z_G : terepi koordináták.

X_O, Y_O, Z_O : vetítési centrum koordinátái.

r_{ij} : irány koszinusz, ahol $r_{ij} = f(\varphi, \omega, \kappa)$

c_k : kamera állandó, ismertnek vesszük.

A 10.5 alfejezetben leírt külső tájékozás feladatát egészítsük ki a kapcsoló- és egyéb új pont koordinátáinak meghatározásával. Első lépésként meg kell határoznunk az ismeretlenek közelítő értékeit. Ezek a külső tájékozási elemekre nézve: $X_O^0, Y_O^0, Z_O^0, \varphi_j^0, \omega_j^0, \kappa_j^0$, a kapcsoló és egyéb új pont geodéziai koordinátáira nézve pedig a $X_{G_k}^0, Y_{G_k}^0, Z_{G_k}^0, X_{G_k}^0, Y_{G_k}^0, Z_{G_k}^0$ értékeket kell ismernünk. A közelítő értékeket és az illesztőpontok

geodéziai koordinátáit (X_G, Y_G, Z_G) behelyettesítve 13-10. egyenletbe, megkapjuk a számított képkoordinátákat (ξ_{sz}, η_{sz}), ezeket kivonva a mért képkoordinátákból (ξ_m, η_m) megkapjuk a javítási egyenletek ll tiszta tagjait. A javítási egyenletrendszer AA együtttható mátrixa tartalmazza a parciális deriváltakat minden mért képpontra vonatkozóan. Bármely j-edik kép, bármely i-edik pontjára vonatkozóan a kiegyenlítés alapjául szolgáló javítási egyenletek a következők lesznek (Kraus K. 1998):

$$\frac{\partial \xi}{\partial X_{O_j}} \delta X_{O_j} + \frac{\partial \xi}{\partial Y_{O_j}} \delta Y_{O_j} + \frac{\partial \xi}{\partial Y_{G_i}} \delta Z_{O_j} + \frac{\partial \xi}{\partial \varphi_j} \delta \varphi_j + \frac{\partial \xi}{\partial \omega_j} \delta \omega_j + \frac{\partial \xi}{\partial \kappa_j} \delta \kappa_j + \frac{\partial \xi}{\partial X_{G_i}} \delta X_{G_i} + \frac{\partial \xi}{\partial Y_{G_i}} \delta Y_{G_i} + \frac{\partial \xi}{\partial Y_{G_i}} \delta Z_{G_i} + l_{\xi ij} = v_{\xi ij}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial X_{O_j}} \delta X_{O_j} + \frac{\partial \eta}{\partial Y_{O_j}} \delta Y_{O_j} + \frac{\partial \eta}{\partial Y_{G_i}} \delta Z_{O_j} + \frac{\partial \eta}{\partial \varphi_j} \delta \varphi_j + \frac{\partial \eta}{\partial \omega_j} \delta \omega_j + \frac{\partial \eta}{\partial \kappa_j} \delta \kappa_j + \frac{\partial \eta}{\partial X_{G_i}} \delta X_{G_i} + \frac{\partial \eta}{\partial Y_{G_i}} \delta Y_{G_i} + \frac{\partial \eta}{\partial Y_{G_i}} \delta Z_{G_i} + l_{\eta ij} = v_{\eta ij}$$

13-11. egyenlet Külső tájékozás javítási egyenletei

Jelölések:

$\frac{\partial \xi}{\partial X_{O_j}}, \frac{\partial \xi}{\partial X_{O_j}}$: A 13-10. egyenletpár első (ξ) egyenletéből képzett parciális derivált X_{O_j}, X_{O_j} szerint. A parciális deriválás során az ismeretlenek előzetes értékeit helyettesítjük be a 13-10. egyenletpárba. Analóg módon adódik a többi parciális derivált is, melyeket az AA együtttható mátrixban tárolunk.

$\delta X_{O_j}, \delta Y_{O_j}, \delta Z_{O_j}, \delta \varphi_j, \delta \omega_j, \delta \kappa_j, \delta X_{O_j}, \delta Y_{O_j}, \delta Z_{O_j}, \delta \varphi_j, \delta \omega_j, \delta \kappa_j$: Az előzetesen ismert tájékozási elemek javításai, melyeket az XX oszlopvektorban kapunk majd meg.

$\delta X_{G_i}, \delta Y_{G_i}, \delta Z_{G_i}, \delta X_{G_i}, \delta Y_{G_i}, \delta Z_{G_i}$: kapcsoló- és egyéb új pontok előzetes koordinátáinak javításai, melyeket az XX oszlopvektorban kapunk majd meg.

$l_{\xi ij}, l_{\eta ij}$: tisztatagok, melyeket a számított és mért képkoordináták különbségeként képzünk és az ll oszlopvektorban tárolunk.

$v_{\xi ij}, v_{\eta ij}, v_{\xi ij}, v_{\eta ij}$: javítások, melyeket a kiegyenlítés végén a VV oszlopvektorban kapunk meg.

A javítási egyenletrendszer mátrix alakban felírva: $Ax + l = vAx + l = v$

Ennek megoldása x -re:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T l$$

13-12. egyenlet Javítási egyenletrendszer megoldása X-re

Az x oszlopvektorban kapott megoldásokat hozzá kell adnunk a külső tájékozási elemek és a kapcsolópontok koordinátáinak közelítő értékeihez és meg kell ismételnünk a számítási folyamatot. Minden egyes lépés, iteráció végén ismételten elvégezzük a pontosítást, más szóval az előzőleg pontosított tájékozási elemeket és az ismeretlen pontok koordinátáit a következő iterációban tovább pontosítjuk. Ezt a folyamatot mindaddig végezzük, amíg az ismeretlenek értékes tizedes jegyben már nem változnak. Végeredményül az xx oszlopvektorban megkapjuk az ismeretlenek kiegyenlítéssel pontosított értékeit.

Ezután számítható a sügyegység középhiba a 13-13. egyenlet szerint, ahol ii : összes mért pont száma, jj : képek száma, kk : kapcsolópontok száma) és ennek, valamint a $(A^T A)^{-1} = Q(A^T A)^{-1} = Q$ mátrix átlós elemeinek felhasználásával bármely n-edik ismeretlenhez tartozó középhiba is számítható (13-14. egyenlet).

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{\sum v_x^2 + \sum v_y^2}{2i - 6j - 3k}}$$

13-13. egyenlet Súgyegység középhiba külső tájékozásnál 4 illesztőpont esetén

$$m_m = \mu_0 \sqrt{q_{m,m}}$$

13-14. egyenlet Külső tájékozás paramétereinek középhibái kiegyenlítés után

A légiháromszögelés pontossága tovább növelhető, ha egyéb hibákat is figyelembe veszünk a kiegyenlítés során (pl. az objektív elrajzolási hibái, Földgömbületből eredő hiba, az atmoszféra refrakciós hibája, stb.).

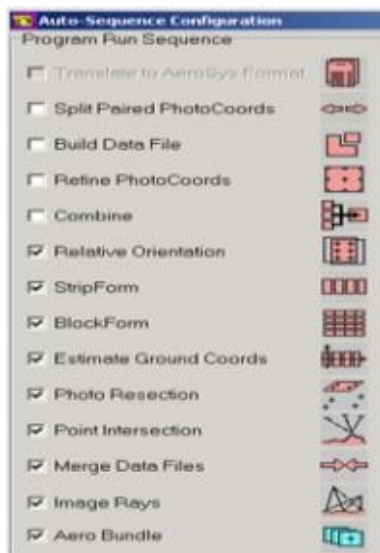
4. 13.4 Légiháromszögelési szoftverek

Az analitikus és a digitális fotogrammetriában a légiháromszögelés feladatát különálló vagy a mérő rendszerbe integrált szoftverekkel oldják meg. A következőkben a két kategória szerint rövid áttekintést adunk a legismertebb szoftverekről.

4.1. 13.4.1 Különálló légiháromszögelési szoftverek

A különálló légiháromszögelő szoftvereket a mérés elvégzése után, off-line üzemmódban alkalmazzuk. Ezeket a szoftvereket kezdetben az analitikus fotogrammetria feladataira fejlesztették ki, de természetesen a digitális fotogrammetriai munkaállomásokon is használhatók, hiszen ott is biztosítható a mérés és a feldolgozás különválasztása. A független modelleken alapuló tömbkiegyenlítés világszerte elterjedt, ebben jelentős szerepet játszott a PAT-M43 kiegyenlítő programcsomag. Magyarországon a független modellekre épülő tömbkiegyenlítés megoldását a FÖMI-ben fejlesztették ki sík és térbeli kiegyenlítést alkalmazó változatban (ANBLOCK-F, ANBLOCK-FT, ALP).

A sugárnyaláb kiegyenlítést alkalmazó szoftverek közül kiemelkednek a BLUH, a BINGO, az ORIENT és az AeroSys-AT programcsomagok. Természetesen nincs mód felsorolni az összes szoftvert, melyet az elmúlt évtizedekben fejlesztettek ki. Az Interneten az „aero-triangulation software” keresőszavakra a találatok száma, több, mint húszezer. A szoftverek elterjedését és gyakorlati alkalmazhatóságát nagyban befolyásolja, hogy milyen nagy tömböket képesek feldolgozni, illetve nagy tömbök esetén milyen hatékonysággal derítik fel a durva hibával terhelt pontokat.

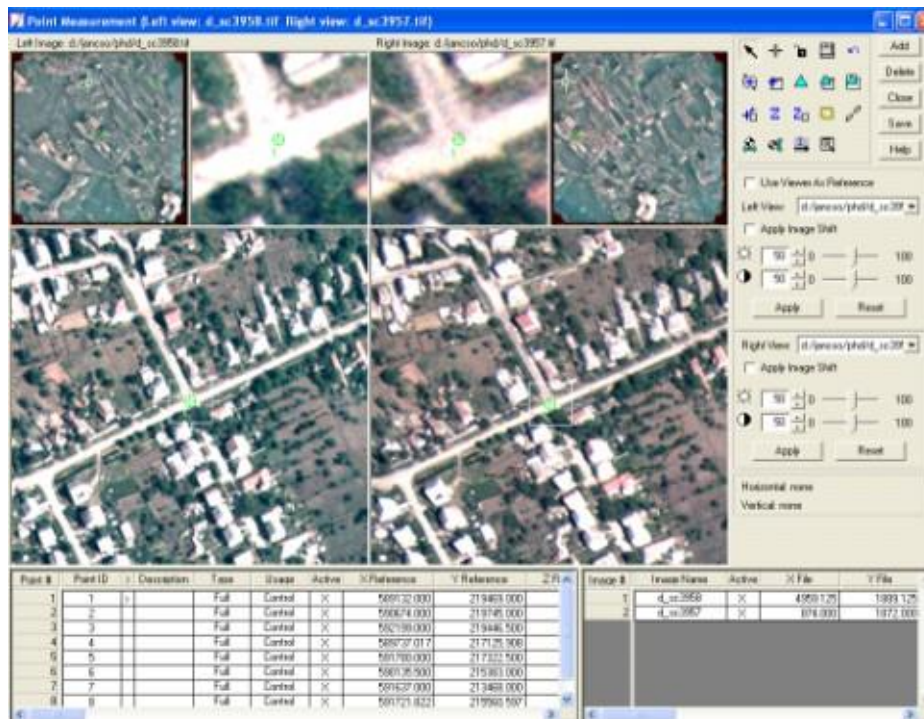


13-7. ábra AeroSys-AT programcsomag egymásra épülő moduljai

4.2. 13.4.2 Integrált légiháromszögelési szoftverek

A fotogrammetriai mérő és kiértékelő szoftverekbe integrált szoftverek általános jellemzője, hogy önállóan nem használhatók. Abban az esetben, ha ezek az integrált szoftverek digitális fotogrammetriai munkaállomáson futnak, akkor lehetőség van arra, hogy a kapcsolópontok mérését automatizálják, ez nagymértékben

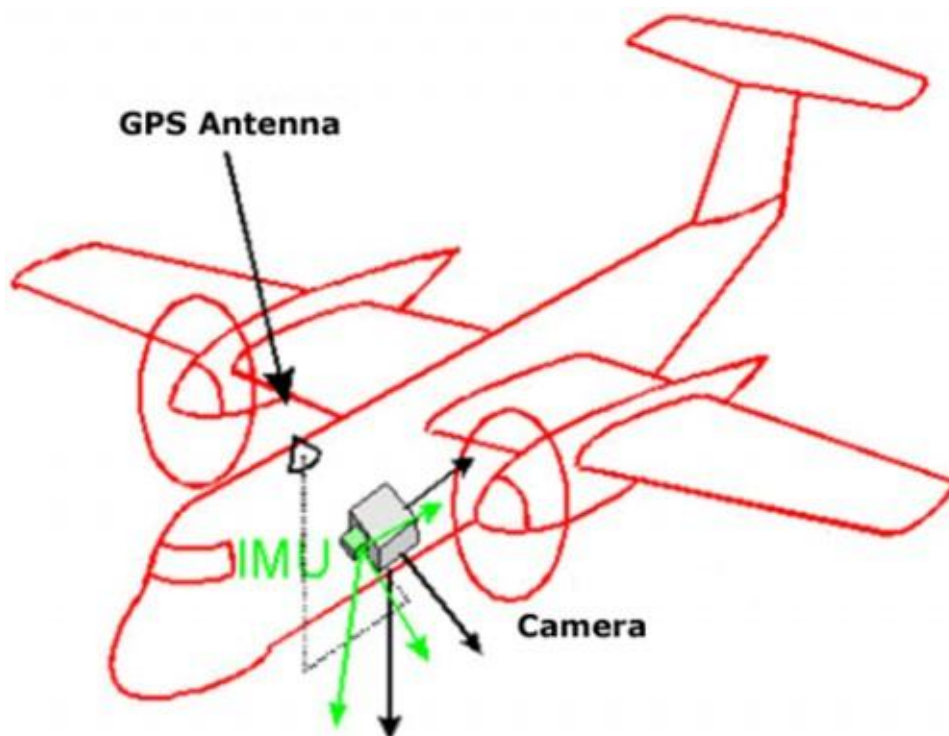
meggyorsítja a légiháromszögelés folyamatát. Másik előnye ezeknek a rendszereknek, hogy a légiháromszögelés eredményét megvizsgálva az esetleges újraméréseket azonnal el lehet végezni és ennek eredményét egy ismételt kiegyenlítéssel azonnal látni lehet. Tipikusan ilyen elven működik a Leica LPS fotogrammetriai programcsomagja. A légiháromszögeléshez minimálisan szükséges illesztő, illetve kapcsolópontok mérése után a rendszer végzi el a további kapcsolópontok automatizált mérését, mely alapján már a légiháromszögelés programja azonnal futtatható és az eredmény megtekinthető.



13-8. ábra Illesztőpont mérése leica LPS környezetben

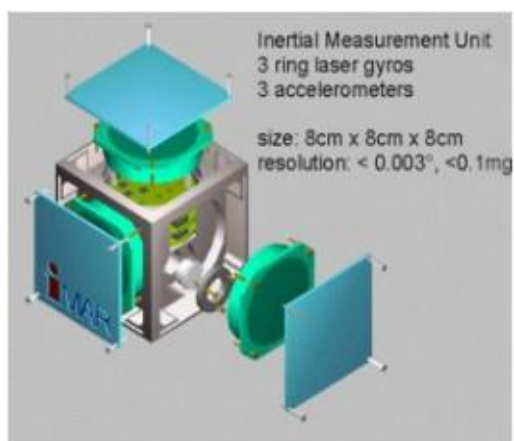
5. 13.5 Direkt szenzor tájékozás

A direkt szenzor tájékozás azt jelenti, hogy a külső tájékozási elemek meghatározása közvetlenül a légi felmérés során megtörténik földi illesztőpontok felhasználása nélkül. A külső tájékozási elemek meghatározása DGPS (differenciális GPS) és INS (inerciális navigációs rendszer) adatai alapján történik (Busics Gy., Engler P., Guszlev A., Jancsó T. 2009).



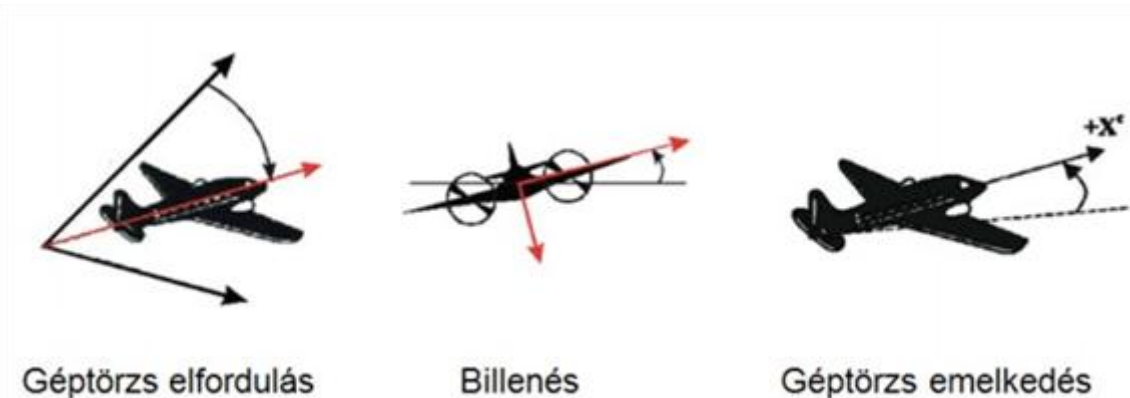
13-9. ábra A GPS és az IMU elrendezése a felvételezést végző repülőgépen

Az INS központi eleme az IMU (Inerciális MÉRő Egység), mely gyorsulásmérőket és giroszkópokat tartalmaz.



13-10. ábra IMU egység belső felépítése

Az INS a gép helyzetét (és vele együtt a kamera helyzetét) három térbeli forgatási szöggel adja meg. Ezek a forgatások eltérnek a fotogrammetriában alkalmazott forgatási szögektől. Értelmezésüket a következő ábra mutatja:



13-11. ábra Az IMU által rögzített szögértékek

Innen látható, hogy ezek az értékek nem alakíthatók át közvetlenül φ, ω, κ forgatási szögekké. Az inerciális forgatások a földrajzi északi irányhoz viszonyítottak, a fotogrammetriai forgatási szögek viszont a vetületi északhoz. A kettő közötti eltérést nevezzük meridián konvergenciának, melynek értéke függ az alkalmazott koordinátarendszertől.

6. 13.6 Összefoglalás

A modulban az analitikus és digitális fotogrammetriában leggyakrabban alkalmazott légiháromszögelési módszerek háttérét tekintettük át. A módszerek közös jellemzője, hogy az ismeretlenek kiszámításánál a legkisebb négyzetek módszerével végzett kiegyenlítést kell alkalmazni. A részletes tárgyalás során a független modellekre épülő tömbkiegyenlítést, valamint a centrális vetítés alapegyenletére épülő sugárnyaláb kiegyenlítést tárgyaltuk. A modul végén gyakorlati példákat is adtunk szoftverekre, valamint röviden bemutattuk a külső tájékozási elemek automatizált meghatározását is.

Önellenőrző kérdések:

1. Mi a légiháromszögelés célja? /3. oldal/
2. Hány illesztőpontra van szükség sorháromszögelésnél, ha a modellek száma 10-nél több? /5. oldal/
3. Miért pontosabb a sugárnyaláb kiegyenlítés, mint a független modelleken alapuló tömbkiegyenlítés? /7 oldal/
4. Milyen transzformációt alkalmazunk a térbeli tömbkiegyenlítésnél független modellek esetén? /11. oldal/
5. Milyen alapegyenletre épül a sugárnyaláb kiegyenlítés? /12. oldal/
6. Milyen előnyei lehetnek egy integrált légiháromszögelési programcsomagnak? /16. oldal/
7. Mit jelentenek a DGPS és az INS rövidítések? /17. oldal/
8. Mit mér az IMU egység. /18. oldal/

Irodalomjegyzék

Busics Gy., Engler P., Guszlev A., Jancsó T.: *Digitális adatgyűjtési technológiák, FVM Vidékfejlesztési, Képzési és Szaktanácsadási Intézet, A középfokú agrárszakképzés tankönyve, Budapest, 2009*

Engler P.: *Fotogrammetria II., FVM Vidékfejlesztési, Képzési és Szaktanácsadási Intézet, A középfokú agrárszakképzés tankönyve, Budapest, 2007*

Kraus K. : *Fotogrammetria, Tertia Kiadó, Budapest, 1998*